Eureka Matemáticas™ Consejos para Padres

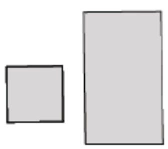
Grado 8
Módulo 3

Semejanza

En este módulo de 14 lecciones, los estudiantes aprenderán acerca de dilatación y semejanza y aplicarán ese conocimiento a una prueba del Teorema de Pitágoras basado en el criterio de Angulo-Angulo de triángulos similares. Los estudiantes aprendieron la definición de dilatación, sus propiedades, y como se componen.
Una meta global de este módulo es reemplazar la idea común de "misma figura diferentes tamaños" con la definición de semejanza que puede ser aplicada a figuras que no son polígonos, como elipses y círculos.

Dos figuras geométricas se dice que son semejantes si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño. Usando esa definición informal ¿Son los siguientes pares de figuras semejantes una a la otra? Explica

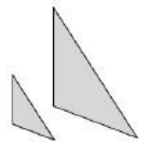
Solución:



No, estas figuras no parecen ser semejantes. Una parece un cuadrado y la otra parece un rectángulo.

Dos figuras geométricas se dice que son semejantes si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño. Usando esa definición informal ¿Son los siguientes pares de figuras semejantes una a la otra? Explica

Solución:



Si, estas figuras parecen ser semejantes. Tienen la misma forma pero una es más grande que la otra, o una es más pequeña que la otra.

Lo que vino antes de este Módulo:

En este módulo de 16 lecciones, los estudiantes aprendieron acerca de traslaciones, reflexiones y rotaciones en el plano y como usarlas para definir precisamente el concepto de congruencia. Los estudiantes también fueron introducidos al Teorema de Pitágoras.

Lo que viene después de este Módulo:

Los estudiantes extienden lo que ya saben acerca de tasas de unidades y relaciones proporcionales a ecuaciones lineales y sus gráficas. Ellos entenderán las conexiones entre relaciones proporcionales, líneas y ecuaciones lineales. Además, los estudiantes aplicarán las habilidades que adquirieron en 6to. Y 7o. Grado, con respecto a notación simbólica y propiedades de igualdad para transcribir y resolver ecuaciones de una variable y de dos variables.

Palabras Clave

Dilatación: (Dilation) Una transformación del plano con un centro *0* y un factor escala $r(r > 0)$. Si $D(0)=0$ y si $P \neq 0$ luego el punto $D(P)$
para ser denotado por *Q*, es el punto en la raya $0P$ para que $|0Q| = r|0P|$. Si el factor a escala $r \neq 1$, entonces la dilatación en el plano de coordenadas es una transformación que encoje o agranda una figura al multiplicar cada coordenada de la figura por el factor a escala.

Congruencia: Una composición finita de movimientos rígidos básicos— reflexiones, rotaciones, traslaciones del plano. Dos figuras en un plano son *congruentes* si hay una congruencia que haga un mapa de una figura dentro de la otra figura.

Semejantes: Dos figuras en el plano son *semejantes (similar)* si la transformación de semejanza (similarity transformation) existe, tomando una figura hacia la otra.

Transformación de Semejanza: Una transformación de Semejanza (*similarity transformation)*, o semejanza (*similarity)*, es una composición de números finitos de movimientos rígidos básicos o dilataciones. El factor a escala o transformación de semejanza, es el producto de los factores a escala de las dilataciones en la composición; si no hay dilataciones en la composición el factor a escala es definido como 1 .

Semejanza: Una *semejanza (similarity)* es un ejemplo de transformación.

¿Cómo puede ayudar en casa

- ✓ Pregunte a su hijo que aprendió en la escuela hoy y pídale que le muestre un ejemplo.
- ✓ Pregunte a su hijo porque "misma figura, diferentes tamaños" ya no es apropiada cuando se describe semejanza.
- ✓ Pida a su hijo que dibuje un ángulo usando una regla. Haga que su hijo le demuestre como medir un ángulo usando un transportador (*protractor)*.

Estándares Clave de Tronco Común

Entender congruencia y semejanza usando modelos físicos, transparencias, o software de geometría

- Describe el efecto de las dilataciones, traslaciones, rotaciones, y reflexiones en figuras bi-dimensionales usando coordenadas.
- Entender que una figura bi-dimensional es similar a otra si la segunda puede ser obtenida de la primera por una secuencia de rotaciones, reflexiones, traslaciones y dilataciones; dadas dos figuras bi-dimensionales similares, describe una secuencia que muestra la semejanza entre ellas.
- Usa argumentos informales para establecer hechos acerca de la suma de ángulos y ángulo exterior de triángulos, acerca de los ángulos creados cuando líneas paralelas son cortadas por una transversal, y el criterio de ángulo-ángulo para semejanza de triángulos.

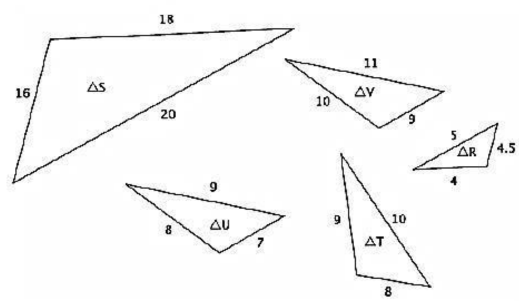
Entiende y aplica el Teorema de Pitágoras.

- Explica dando una prueba del Teorema de Pitágoras y su contrario
- Aplica el Teorema de Pitágoras para determinar largos de lado desconocidos en triángulos rectos en el mundo real y problemas matemáticos de dos y tres dimensiones.

Relaciones Simétricas y Transitivas en Semejanzas

- Semejanza es una relación simétrica. Esto significa que si una figura es semejante (similar) a otra, $S \sim S'$, entonces podemos estar seguros que $S' \sim S$. La secuencia que hace un mapa de uno dentro del otro será diferente, pero sabemos que esto es verdad.
- Semejanza es una relación transitiva. Esto significa que si nos dan dos figuras similares, $S \sim T$, y otro hecho acerca de $T \sim U$, entonces también sabemos que $S \sim U$. Otra vez, la secuencia y factor escala serán diferentes para probar semejanza, pero sabemos que es verdad.

Usa el diagrama de abajo para responder las Preguntas 1 y 2



Solución:

$\triangle S \sim \triangle R$ y $\triangle R \sim \triangle S$.

$\triangle S \sim \triangle T$ y $\triangle T \sim \triangle S$.

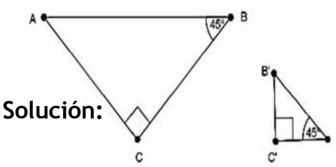
$\triangle T \sim \triangle R$ y $\triangle R \sim \triangle T$.

2. ¿Cuáles tres triángulos, si es que, tienen una semejanza que es transitiva?

Una posible solución : Ya que $\triangle S \sim \triangle R$ y $\triangle R \sim \triangle T$, luego $\triangle S \sim \triangle T$.

Nota que $\triangle U$ y $\triangle V$ no son semejantes uno al otro o a ninguno de los otros triángulos. Por lo tanto, ellos no deberían estar en ninguna solución.

1. ¿Son semejantes los triángulos mostrados abajo? Presenta un argumento informal de porque son o no son semejantes?



Solución:

Si, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Son semejantes porque tienen dos pares de ángulos correspondientes que son iguales. Tú tienes que usar el teorema de la suma de ángulos para encontrar que $|\angle B'| = 45°$o $|\angle A| = 45°$

Entonces puedes ver que:
$|\angle A| = |\angle A'| = 45°$, $|\angle B| = |\angle B'| = 45°$, and $|\angle C| = |\angle C'| = 90°$.

Teorema de Pitágoras

Checa este video que demuestra esta prueba usando triángulos similares

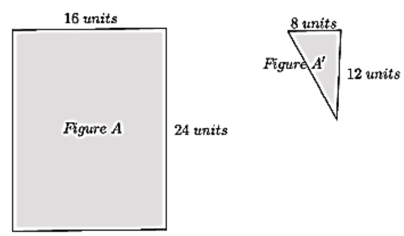
http://www.youtube.com/watch?v=QCyvxYLFSfU

Hecho Divertido de Geometría

La palabra 'geometría' viene del Griego 'geo', que significa tierra, y 'metría', significando medida.

Sabiendo que una dilatación seguida de una *congruencia* define semejanza ayudando a determinar si dos figuras son en realidad semejantes. Por ejemplo, una dilatación podría realizar el mapa de la Figura A en la Figura A′?
(Ejem: Es la Figure A ~ Figura A′?)

Images:



Solution::

No, aún cuando podemos decir que lados correspondientes están en proporción, entonces no existe un solo movimiento rígido, o secuencia de movimientos rígido que pueda hacer un mapa de una figura de cuatro lados en una figura de tres lados. Por lo tanto, las figuras no llenan la parte de congruencia de la definición de semejanza, y la Figura A no es semejante a la Figura A′.